



15 APRIL 1969

## Van de redactie

Tot onze redactie is toegetreten de heer B. Kieboom. Wij heten hem hartelijk welkom en hopen dat hij veel voor het Studieblad zal kunnen doen in het belang van onze lezers.

---

## Het binairestelsel

B. Kieboom

25-69

(Vervolg van blz. 93).

### 3. Algemene rekenregels in het binaire stelsel.

In het decimale of tientallige stelsel gelden afgesproken rekenregels. Ook in het binaire stelsel gelden rekenregels, welke over het algemeen eenvoudiger zijn dan die van het tientallige stelsel.

Ook in het binaire stelsel kunnen we optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen, enz. en dit alles met positieve getallen, negatieve getallen en breuken.

#### 3.1. Optellen.

Bij het binair optellen bestaan er slechts vier mogelijkheden, nl.:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 10$$

De eerste drie uitkomsten lijken ons normaal, immers deze kennen we ook bij het tientallig stelsel. Het laatste geval zou in onze ogen gelijk aan twee moeten zijn;  $1 + 1 = 2$ . In het binaire stelsel hebben we alleen te maken met een 1 en een 0, zodat we schrijven  $1 + 1 = 10$ . (Spreek niet uit tien, maar één nul).

Aan de hand van enkele voorbeelden zal dit nader worden toegelicht.

$$100 + 111 = 1011$$

$$101 + 110 = 1011$$

$$110 + 110 = 1100$$

$$111 + 111 = 1110$$

$$110 + 100 = \dots\dots\dots$$

$$1100 + 1110 = \dots\dots\dots$$

$$1010 + 110 = \dots\dots\dots$$

$$1001 + 101 = \dots\dots\dots$$

$$1111 + 1010 = \dots\dots\dots$$

$$1010 + 1010 = \dots\dots\dots$$

$$101 + 101 = \dots\dots\dots$$

$$1111 + 1100 = \dots\dots\dots$$

$$1001 + 111 = \dots\dots\dots$$

$$1111 + 1111 = \dots\dots\dots$$

Moeten er tegelijk meer dan twee binaire getallen worden opgeteld, dan vereist dit veel vaardigheid teneinde in één keer de optelling uit te voeren. Beter is dit te doen getallenpaar voor getallenpaar. De rekenmachine doet dit in feite ook, maar natuurlijk veel vlugger dan wij dit doen.

Voorbeeld met drie binaire getallen:

$$100 + 111 + 1100 =$$

tel het eerste getal op,  $100 + 111 = 1011$ . Vorm met deze uitkomst een tweede getallenpaar met het derde binaire getal:

$$1011 + 1100 = \mathbf{10111}.$$

Voorbeeld met vier binaire getallen.

$$1111 + 1001 + 1111 + 1010 =$$

$$\begin{array}{r} 1) \quad 1111 \\ \quad 1001 \\ \hline 11000 \end{array} + \quad 11000$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad 1111 \\ \quad 1010 \\ \hline 11001 \end{array} + \quad \begin{array}{r} 11001 \\ \hline 110001 \end{array}$$

De optelling kan ook in een andere volgorde worden uitgevoerd.

$$\begin{array}{r} 1111 \\ 1001 \\ \hline 11000 \\ 1111 \\ \hline 100111 \\ 1010 \\ \hline 110001 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{de eerste twee gegeven binaire getallen.} \\ \\ \text{derde gegeven binaire getal.} \\ \\ \text{vierde gegeven binaire getal.} \end{array}$$

De uitkomst is uiteraard dezelfde als bij de vorige oplossing. Bij meer dan drie of vier getallen is de methode van optellen dezelfde als hiervoor aangegeven.

### 3.2. Aftrekken.

Bij het binair aftrekken is, evenals bij het optellen, alleen te werken met nullen en enen. Evenals bij het optellen zijn er ook vier mogelijkheden.

$$0 - 0 = \dots; 0 - 1 = \dots; 1 - 0 = \dots; 1 - 1 = \dots$$

Drie van deze vier begrippen zijn voor ons begrip normaal.

$$\begin{array}{l} 0 - 0 = 0 \\ 1 - 0 = 1 \\ 1 - 1 = 0. \end{array}$$

De aftrekking  $0 - 1 = ?$  is nog een vraagteken. Wil de uitkomst niet negatief zijn, dan zullen we evenals in het tientallige stelsel, moeten *lenen*. We gaan hierbij van uit, dat er wat te lenen valt. Alleen bij dit lenen maken we een uitzondering op de stelregel: „binair rekenen met nullen en enen”. Deze uitzondering is alleen bedoeld om het ons gemakkelijk te maken.

We maken van  $10 = 2$ .

Waar deze combinatie 10 in een reeks staat maakt geen verschil, bijvoorbeeld  $1010 = 210$ . Deze afspraak houden we consequent vol.

Aan de hand van enkele voorbeelden zullen we het aftrekken nagaan.

$\begin{array}{r} 1. \quad 10 \\ \quad 1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{wordt} \quad 2 \\ \quad 1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2. \quad 1000 \\ \quad 100 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{wordt} \quad 200 \\ \quad 100 \\ \hline \end{array}$
	$1$		$100$
$\begin{array}{r} 3. \quad 10101 \\ \quad 1001 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{wordt} \quad 2101 \\ \quad 1001 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4. \quad 10101 \\ \quad 1011 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{wordt} \quad 2021 \\ \quad 1011 \\ \hline \end{array}$
	$1100$		$1010$
$\begin{array}{r} 5. \quad 10010 \\ \quad 1001 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{wordt} \quad 2002 \\ \quad 1001 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6. \quad 10101001 \\ \quad 1010101 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{wordt} \quad 2020201 \\ \quad 1010101 \\ \hline \end{array}$
	$1001$		$1010100$

Dit is allemaal nog te overzien. Het wordt echter lastiger als het lenen verder dan één plaats naar links moet worden uitgebreid. In het algemeen geldt, dat een 2 naar rechts kan opschuiven naar een plaats met een nul, terwijl op de achtergebleven plaats een één achter moet blijven.

Voorbeeld:

$$\begin{array}{r} 10010 \quad \text{wordt} \quad 2002 \\ \quad 1111 \\ \hline \end{array}$$

dit kan nog niet worden afgetrokken ( $0 - 1$ ).

Daarom wordt dit dan weer:

$1202$  gaat nog niet, daarom moet de eerste twee nog een plaats naar rechts opschuiven.

$$\begin{array}{r} \text{Daarom wordt dit:} \quad 1122 \\ \quad 1111 \\ \hline \end{array}$$

uitkomst  $11$

Nog enkele voorbeelden:

$\begin{array}{r} 101100 \\ \quad 10110 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{wordt} \quad 21020 \\ \quad 10110 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{wordt} \quad 20220 \\ \quad 10110 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{wordt} \quad 102120 \\ \quad 101110 \\ \hline \end{array}$
	$10110$		$10110$

### 3.3. Opgaven.

$$10101 + 1111 + 1010 + 10011 + 11001 =$$

$$11111 + 1001 + 1000 + 11100 + 10011 =$$

$$10111 - 1011 =$$

$$110010 - 11000 =$$

$$11111 + 1010 - 1100 =$$

$$10011 + 11000 - 1001 =$$

### 3.4. Van aftrekken tot optellen.

De rekenmachine kan veelal niet aftrekken. Daarom wordt een oplossing gezocht om met behulp van optellen toch tot het juiste antwoord te komen. Stel, dat de bedoelde rekenmachine slechts 5 cijfers achter elkaar kan weergeven, dan is het hoogste cijfer 99999. Moet er nog één bijkomen, dan zou de teller verspringen van 99999 naar 100000.

Dit kan niet, zodat de machine dan aangeeft 00000.

Dit is bijv. ook het geval bij een kilometerteller. Men zegt dan, hij is rond geweest. De 1 wordt niet aangewezen.

Van deze methode van doortellen maken we gebruik.

We trekken af  $01816 - 01409 = 00407$ .

Nu is  $100000 - 01409 = 98591$ ; dit getal noemen we het *complement* van 01409. Tellen we bij dit complement 01816 op, dan komt het juiste antwoord op de teller, immers het zesde cijfer (1) kan niet verschijnen daar er slechts 5 cijfers kunnen worden gegeven.

$$\begin{array}{r} 01816 \\ 01409 \\ \hline \end{array} \text{ is } \begin{array}{r} 01816 \\ 98591 \\ \hline \end{array} + \\ 00407$$

Zo kunnen we met het complement van het af te trekken getal toch een optelling maken.

Omdat onze rekenmachine alleen binair kan rekenen, moeten we hetzelfde doen als hiervoor bij het decimale stelsel is besproken, nl. het complement bepalen van een binair getal.

Dit is bij het binaire stelsel vlug en gemakkelijk gedaan. We veranderen elke 1 in een 0 en elke 0 in een 1.

Zo is het complement van:

$$1001 = 0110 \text{ of wel } 110$$

en van

$$01001 = 10110$$

$$10101 = 01010$$

$$01010 = 10101.$$

We gaan nu nog even een stap terug naar ons vorige voorbeeld in het tientallig stelsel.

Het complement van 01409 werd verkregen door dit getal af te trekken van 100.000. We kunnen dit getal ook aftrekken van 99999 en er één bijtellen.

$$\begin{array}{r}
 99999 \\
 01409 \\
 \hline
 + \\
 98590 \quad \text{dit is het negen-complement,} \\
 1 \\
 \hline
 + \\
 98591 \quad \text{dit is het tien-complement;}
 \end{array}$$

„negen-complement” is het complement van negen cijfers,

„tien-complement” is het complement van tien cijfers.

Ook bij het binair rekenen kennen we dit. Het hiervoor gegeven binaire complement noemen we het *één-complement*. Om tot het *twee-complement* te komen moeten we er ook hier één bij optellen.

$$1000 + 1 = 1001.$$

Gegeven binair getal 01011; hiervan is het *één-complement* 10100; hiervoor is het *twee-complement*  $10100 + 1 = 10101$ .

Moeten we nu binair twee getallen aftrekken, dan kunnen we nu met dit besproken complement volstaan met alleen optellen. Dit is wat de rekenmachine kan.

Stel een rekenmachine die 5 eenheden kan aangeven. In een vorig voorbeeld onder hoofdstuk 3.2. was de uitkomst van de aftrekking:  $10010 - 111 = 11$ . Gaan we dit nu na met bedoelde rekenmachine, die alleen kan optellen, dan is de bewerking als volgt:

$$\begin{array}{r}
 10010 \quad \text{wordt volgens het } \textit{één-complement} \quad 10010 \\
 01111 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 10000 \\
 \hline \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad +
 \end{array}$$

en wordt volgens het *twee-complement*

$$\begin{array}{r}
 10010 \\
 10001 \\
 \hline
 + \\
 100011
 \end{array}$$

De eerste één kan de machine niet laten zien, daar er slechts 5 eenheden gegeven zijn. Deze complement-optelling klopt met onze aftrekking.

Nog een voorbeeld:

Rekenmachine met 6 eenheden.

101100 zie laatste voorbeeld in hoofdstuk 3.2.

$$\begin{array}{r}
 101100 \\
 010110 \\
 \hline
 010110
 \end{array}$$

Volgens het één-complement:

$$\begin{array}{r} 101100 \\ 101001 \\ \hline + \end{array}$$

Volgens het twee-complement:

$$\begin{array}{r} 101100 \\ 101010 \\ \hline + \\ 1010110 \end{array}$$

111000 zie laatste voorbeeld in hoofdstuk 3.2.

$$\begin{array}{r} 101110 \\ \hline - \\ 001010 \end{array}$$

Eén-complement:

$$\begin{array}{r} 111000 \\ 010001 \\ \hline + \end{array}$$

Twee-complement

$$\begin{array}{r} 111000 \\ 010010 \\ \hline + \\ 1001010 \end{array}$$

Maak nu zelf van de volgende aftrekkingen optellingen volgens het binaire stelsel:

1. 110011	2. 111000	3. 111001	4. 101010
01001	001111	011001	010101
_____	_____	_____	_____

### 3.5. Vermenigvuldigen.

In het begin van dit hoofdstuk is gezegd, dat het binair rekenen eenvoudiger zou zijn. Tot dusver is het goed opletten geweest, vooral met het opschuiven van de twee bij het aftrekken. Een moeilijke rekenkundige bewerking is er nog niet geweest.

Bij het vermenigvuldigen zijn de bewerkingen veel eenvoudiger dan bij het tientallig stelsel. Het binair optellen blijft.

Vermenigvuldigen bij het tientallige-stelsel is:

$$\begin{array}{r} 1969 \\ 432 \\ \hline \times \end{array}$$

3938 ..... vermenigvuldigen met 2

5907· ..... één plaats inspringen en vermenigvuldigen met 3

7876· ..... twee plaatsen inspringen en vermenigvuldigen met 4

$$\hline +$$

850608 ..... optellen geeft het eindantwoord.

Vermenigvuldigen in het binaire-stelsel is:

$$\begin{array}{r}
11010 \\
1101 \\
\hline
\times \\
11010 \dots\dots \text{eerst \u00e9n maal vermenigvuldigen,} \\
00000 \cdot \dots\dots \text{\u00e9n plaats inspringen en vermenigvuldigen met nul,} \\
11010 \cdot \cdot \dots\dots \text{twee plaatsen inspringen en vermenigvuldigen met \u00e9n,} \\
11010 \cdot \cdot \cdot \dots\dots \text{drie plaatsen inspringen en vermenigvuldigen met \u00e9n,} \\
\hline
+ \\
101010010 \dots\dots \text{optellen geeft het eindantwoord.}
\end{array}$$

Deze binaire rekenwijze wordt echter zelden toegepast. Het is zelfs zo, dat de rekenmachine dit nog geheel anders doet; we zouden haast zeggen van achteren naar voren. Met een voorbeeld zal dit worden aangetoond, hoe vreemd dit in eerste instantie mag lijken.

We kiezen de getallen 17 en 23.

$$\begin{aligned}
17 &= 10001 && (\text{ga dit na}), && (2^0 = 1 + 2^4 = 16), \\
23 &= 10111 && (\text{ga dit na}), && (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^4), \\
17 \times 23 &= 391 \text{ in het tientallig-stelsel;} \\
391 &= 110000111 && (\text{ga dit na}), && (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^7 + 2^8).
\end{aligned}$$

Als we nu decimaal 17 en 23 vermenigvuldigen, dan komt er 391 uit. Als we nu de binaire getallen van 17 en 23 vermenigvuldigen, dan komt het binaire getal van 391 er uit. De vermenigvuldiging binair kunnen we echter op twee manieren uitvoeren.

De eerste methode is zoals besproken. We vermenigvuldigen van rechts naar links.

De tweede methode is vermenigvuldigen van links naar rechts.

Het blijkt dat in beide gevallen hetzelfde antwoord er uit komt: van rechts naar links: van links naar rechts

$ \begin{array}{r} 10001 \\ 10111 \\ \hline \times \\ 10001 \\ 10001 \cdot \\ 10001 \cdot \cdot \\ 10001 \cdot \cdot \cdot \\ \hline + \\ 110000111 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 10001 \\ 10111 \\ \hline \times \\ 10001 \\ \cdot \cdot 10001 \\ \cdot \cdot \cdot 10001 \\ \cdot \cdot \cdot \cdot 10001 \\ \hline + \\ 110000111 \end{array} $
---	---

Beide vermenigvuldigingen geven hetzelfde antwoord nl. 391.

Het vermenigvuldigen met een nul is hiervoor niet meer toegepast.



Voor controle draaien we de vermenigvuldigingen om, dus:

$$\begin{array}{r}
 10111 \\
 10001 \\
 \hline
 \times \\
 10111 \\
 10111 \cdot \dots \\
 \hline
 + \\
 110000111
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 10111 \\
 10001 \\
 \hline
 \times \\
 10111 \\
 \dots 10111 \\
 \hline
 + \\
 110000111
 \end{array}$$

Beide geven ook hier hetzelfde antwoord nl. 391.

De rechtse methode wordt, zoals hiervoor al voorspeld, in de rekenmachine toegepast. Dit houdt verband met het aantal eenheden, welke de rekenmachine kan opnemen. Zoals in hoofdstuk 2 onder tweetallig-stelsel reeds is besproken, noemen we deze eenheden *bits*, naar het engelse *binary digits*. z

Het voorgaande gaat voor alle berekeningen op, daartoe nog een voorbeeld.

$$\begin{array}{r}
 35 \quad = \quad 100011 \\
 45 \quad = \quad 101101 \\
 \hline
 \times \\
 1575 \quad = \quad 11000100111
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 101101 \\
 100011 \\
 \hline
 \times \\
 101101 \\
 101101 \cdot \\
 101101 \cdot \dots \\
 \hline
 + \\
 11000100111
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 101101 \\
 100011 \\
 \hline
 \times \\
 101101 \\
 \dots 101101 \\
 \dots 101101 \\
 \hline
 + \\
 11000100111
 \end{array}
 \qquad
 = \quad 1575$$

Bedenk nu zelf enige voorbeelden en werk deze uit.

(wordt vervolgd)

# ELEKTRICITEITSLEER VI

(Vervolg van blz. 56)

W. H. IJDO

*De wetten van Kirchhoff.*

26-69

In de vorige les hebben wij bij het berekenen van de stromen in de daarin besproken schakelingen gebruik gemaakt van het sommeren van stromen en wel om op deze wijze tot de oplossing van een vraagstuk te komen.

Dit optellen van stromen, zie bijv. fig. 1, was een logisch gevolg van hetgeen we geleerd hebben in de diverse „watervoorbeelden”.

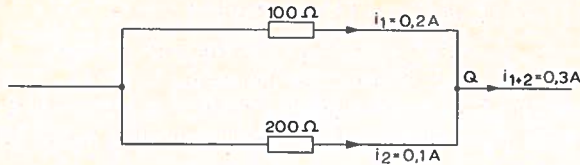


FIG. 1

Het schema van fig. 1 is dan ook te vergelijken met het buizenstelsel van fig. 2 waarbij buis A een kleinere doorsnede heeft dan de buis B.

De 2 stromen die bij het punt Q samenkomen zijn in hun totaliteit gelijk aan de stroom die van het punt Q af gaat.

De natuurkundige Kirchhoff heeft dit in de zgn. 1e wet van Kirchhoff vastgelegd. Deze wet luidt:

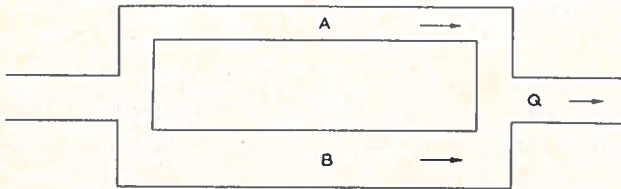


FIG. 2

*De som van de stromen die naar een vertakkingspunt toevoelen is gelijk aan de som van de stromen die van dit punt afvoelen.*

Rekenen we de toevoeiende stromen positief en de afvoeiende stromen negatief dan zal de som van *alle* stromen gelijk aan nul zijn. Fig. 3 illustreert dit.

In het vertakkingspunt Q krijgen de toevoeiende stromen  $i_1$ ,  $i_2$  en  $i_3$  het positieve teken en de afvoeiende stromen  $i_4$  en  $i_5$  het negatieve teken.

We noteren nu als volgt:

$$\begin{aligned} i_1 + i_2 + i_3 + (-i_4 - i_5) &= 10 + 20 + 25 + (-29 - 26) = \\ &= 10 + 20 + 25 - 29 - 26 = 0 \text{ mA} \end{aligned}$$

In plaats van de benaming *som*, gebruiken we veelal de Griekse hoofdletter  $\Sigma$  (sigma), er komt dan te staan:  $\Sigma I = 0$ .

Dit wil dus zeggen dat de som van alle stromen, rekening houdend met hun teken, in een vertakkingspunt nul is.

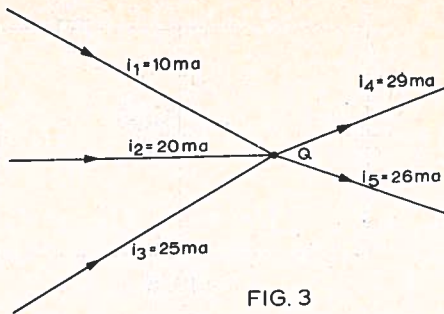


FIG. 3

Bezien we in dit verband fig. 4, de stromen  $i_1$  t/m  $i_5$  bezitten een positief teken en  $i_6$  t/m  $i_8$  een negatief teken.

We noteren dan:  $\sum I = 3 + 1 + 8 + 2 + 5 - 10 - 5 - 4 = 0 \text{ A}$ .

Met deze 1e wet van Kirchhoff is het mogelijk vraagstukken van vertakkingsnetwerken, waarvan een van de tak-stromen onbekend is tot oplossing te brengen. Enige voorbeelden zullen dit verduidelijken.

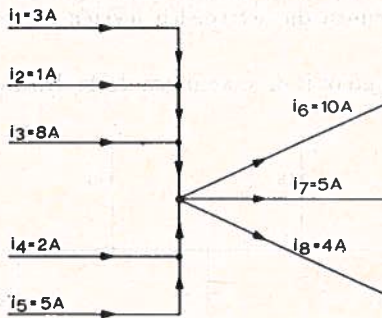


FIG. 4

*Voorbeeld I.*

Twee elementen zijn parallel geschakeld, terwijl hun uitwendig circuit gesloten wordt door een weerstand  $R_u$  (fig. 5).

De stromen  $i_1$  en  $i_3$  bezitten de waarden van 10 en 40 mA.

Bereken  $i_2$ ,  $U_k$  en  $R_u$ .

Met de 1e wet van Kirchhoff is  $i_2$  te berekenen, immers  $i_1 + i_2 - i_3 = 0$ .

Door beide leden te vermeerderen met  $i_3 - i_1$  ontstaat een vergelijking met  $i_2$  als onbekende:

$$i_2 = i_3 - i_1$$

$$i_2 = 40 - 10 = 30 \text{ mA.}$$

$$U_k = E - i_2 \cdot R_1 = 1,5 - 0,03 \times 0,2 = 1,494 \text{ volt.}$$

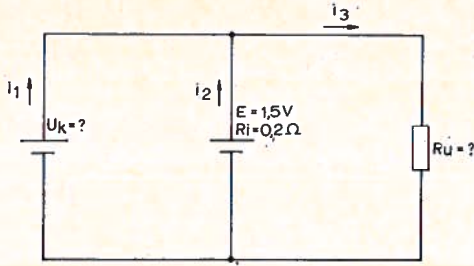


FIG. 5

Dit potentiaalverschil is ook aanwezig op de aansluitpunten van deze weerstand en is bekend,  $R_u$  is nu te berekenen:

$$R_u = \frac{U_k}{i_3} = \frac{1,494}{0,04} = 37,35 \text{ ohm.}$$

*Voorbeeld II.*

Een elektriciteitsnet bestaat uit 3 uitgaande kabels die op zeker moment een stroom voeren van respectievelijk 500, 600 en 300 A. (fig. 6). Van de 4 dynamo's die samen dit net voeden leveren de eerste 3 stromen van 300, 400 en 350 ampère.

Gevraagd: hoe groot is de stroom van de 4e dynamo?

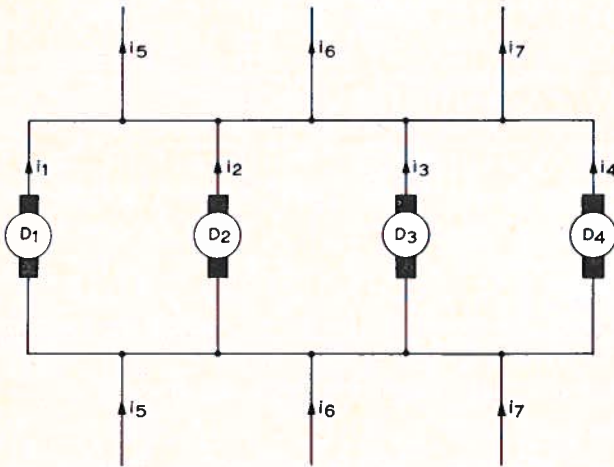


FIG. 6

De 1e wet van Kirchoff zegt dat:  $\Sigma I = 0 \text{ A}$ .

Hier dus:

$$300 + 400 + 350 + i_4 - 500 - 600 - 300 = 0.$$

$$i_4 = 500 + 600 + 300 - 300 - 400 - 350 = 1400 - 1050 = 350 \text{ A.}$$

Men kan dit vraagstuk ook oplossen door op te merken dat de gebruikers van het net een stroom afnemen van:

$$500 + 600 + 300 = 1400 \text{ A.}$$

De drie dynamo's, waarvan de stroom bekend is, leveren een gezamenlijke stroom van:  $300 + 400 + 350 = 1050 \text{ A.}$

De 4e dynamo moet dus de resterende stroom leveren van:

$$1400 - 1050 = 350 \text{ A.}$$

### De 2e wet van Kirchhoff.

Velen zullen zich afvragen of de behandeling van deze wet niet wat te hoog gegrepen is ten opzichte van het doel van dit artikel.

We vonden deze 2e wet van Kirchhoff echter te belangrijk om hem geheel onbesproken te laten.

Deze 2e wet luidt:

*In een gesloten keten is de algebraïsche som van de werkzame spanningen gelijk aan de som van de ohmse spanningsverliezen.*

Onder de werkzame spanningen worden verstaan de spanningen die oorzaak zijn van stromen bijv. de elektromotorische kracht (e.m.k.) van een element. De ohmse spanningsverliezen zijn de spanningen die over de diverse weerstanden, ook de inwendige weerstand van een element, ontwikkeld worden. Deze spanningsverliezen kunnen altijd uitgedrukt worden in het produkt:  $I \times R$ .

De 2e wet van Kirchhoff laat zich dan als volgt in een formule samenvatten:

$$\Sigma U = \Sigma I \times R.$$

Op nul herleid geeft dit:

$$\Sigma U - \Sigma I \times R = 0.$$

Voor we deze wet op bescheiden schaal toe gaan passen (een dieper ingaan hierop zal in een ander en later te behandelen artikel ter sprake komen) geven we eerst een paar „veiligheidsregels” om vergissingen te voorkomen.

1. De wet geldt steeds voor één gesloten stroomkring;
2. We gaan in een stroomkring steeds in dezelfde richting rond;
3. Voor elke stroomkring kunnen we steeds  $\Sigma U - \Sigma I \times R = 0$  stellen.

Met een aantal voorbeelden zal het een en ander verduidelijkt worden.

#### Voorbeeld 1.

Twee elementen met e.m.k.'s van 1,5 en 2 volt en inwendige weerstanden van 0,5 en 0,75 ohm zijn in serie geschakeld met een weerstand van 33,75 ohm. Zoals uit fig. 7 is te zien werken de spanningen van deze elementen in dezelfde richting.

De vraag is nu de stroom in deze keten te berekenen.

#### Antwoord 1.

De oplossing is eenvoudig te vinden door de tweede wet van Kirchhoff toe te passen.

$$\Sigma U = \Sigma I \times R$$

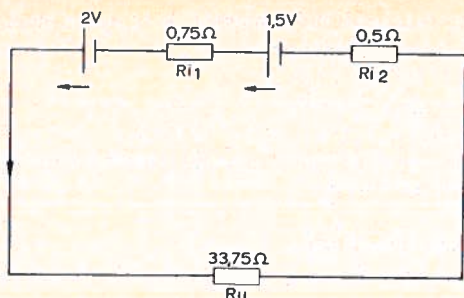


FIG. 7

$$1,5 + 2 = I \times 0,75 + I \times 33,75 + I \times 0,5$$

$$3,5 = I (0,75 + 33,75 + 0,5)$$

$$I = \frac{3,5}{35} = 0,1 \text{ A.}$$

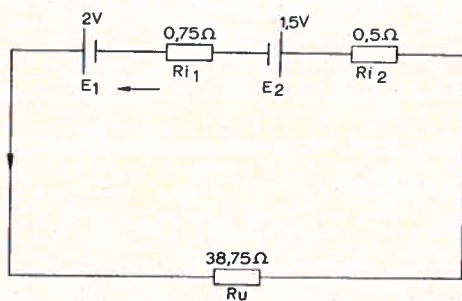


FIG. 8

*Voorbeeld II.*

Was in voorbeeld 1 de richting van de werkzame spanningen dezelfde, nl. linksom; fig. 8 laat een situatie zien waar de twee elementen tegengesteld zijn geschakeld.

We spreken in zo'n geval van een oppositie-schakeling.

Indien de in oppositie geschakelde elektromotorische krachten gelijk zouden zijn, dan is er evenwicht en de resterende spanning is nul.

Algebraïsch komt dit tot uitdrukking door het tegengestelde teken (+ en —) van deze spanningen.

Zijn twee batterijen van 60 en 48 volt in oppositie geschakeld en noemen we de richting waarin de werkzame spanning van de batterij van 60 volt zich manifesteert positief en die van de 48 volt batterij negatief, dan is de resulterende werkzame spanning:  $U_r = U_1 - U_2 = 60 - 48 = 12$  volt.

Nu we de betekenis van de oppositieschakeling hebben leren kennen zal het

niet moeilijk zijn enkele voorbeelden te bezien.

*Voorbeeld 1.*

Fig. 8 is een stroomcircuit waarbij 2 elementen tegengesteld (in oppositie) zijn geschakeld.

De uitwendige weerstand die de keten sluit heeft nu een waarde van 38,75 ohm. Verder zijn de grootte van de spanningen en weerstanden gelijk aan die van fig. 7.

Gevraagd: de stroom in dit circuit.

*Antwoord 1.*

De resulterende e.m.k. is:

$$E_r = E_1 - E_2 = 2 - 1,5 = 0,5 \text{ volt.}$$

Dat de e.m.k. van het element van 1,5 volt een negatief teken krijgt is duidelijk als we naar de richting van de spanning kijken. Deze is tegengesteld aan de aangenomen richting die met een pijl aangegeven is.

De stroom wordt bepaald door:

$$I = \frac{E_r}{R_{i_1} + R_{i_2} + R_u} = \frac{0,5}{0,75 + 0,5 + 38,75} = \frac{0,5}{40} = 0,0125 \text{ A.}$$

Het is interessant de klemspanning van beide elementen te berekenen alsmede de spanning over de weerstand  $R_u$ .

Van het 1e element bedraagt het spanningsverlies t.g.v. zijn inwendige weerstand:

$$U_{v_1} = I \times R_{i_1} = 0,0125 \times 0,75 = 0,009375 \text{ volt,}$$

$$U_{r_1} = E_1 - U_{v_1} = 2 - 0,009375 = 1,990625 \text{ volt.}$$

Om een stroom door het element  $E_2$  te voeren, tegen de e.m.k. van dit element in, zal het nodig zijn, zowel deze e.m.k. te overwinnen als het spanningsverlies ten gevolge van de inwendige weerstand van dit element.

De klemspanning  $U_{k_2}$  berekenen we als volgt:

$$U_{k_2} = E_2 + I \times R_{i_2} = 1,5 + 0,0125 \times 0,5 = 1,50625 \text{ volt.}$$

Hier treft men een voorbeeld aan waarbij de klemspanning de e.m.k. van het element overtreft.

Ook bij het laden van accumulatoren treft men dit aan. Passen we ter controle op dit voorbeeld de 2e wet van Kirchhoff toe:

$$\Sigma U - \Sigma I \times R = 0$$

$$2 - 1,5 - 0,0125 \times 0,75 - 0,0125 \times 0,5 - 0,0125 \times 38,75 = 0,5 - 0,0125 (0,75 + 0,5 + 38,75) = 0,5 - 0,5 = 0.$$

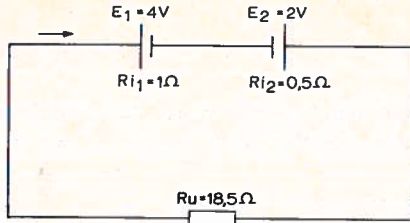


FIG. 9

*Voorbeeld 2.*

Fig. 9 laat weer een schakeling zien van twee in oppositie geschakelde elementen. De inwendige weerstand van deze elementen is nu eens niet er buiten getekend.

De aangenomen stroomrichting is bewust in een richting gekozen die strijdig is met de in het circuit heersende e.m.k.'s.

Blijkt nu uit de berekening dat de stroom  $I$  negatief uitvalt, dan betekent dit dat de stroomrichting juist tegengesteld is aan die van de pijlrichting. Bij het berekenen van de stromen door ingewikkelde netwerken kan deze wetenschap ons van pas komen.

We proberen nu de stroom die door de stroomketen van fig. 9 loopt naar richting en grootte te bepalen.

*Antwoord 2.*

$$\Sigma U = \Sigma I \times R.$$

$$-4 + 2 = I(1 + 0,5 + 18,5)$$

$$-2 = I \times 20$$

$$I = \frac{-2}{20} = -0,1 \text{ A.}$$

Het negatief teken geeft aan dat de stroomrichting verkeerd gekozen is en dus niet rechtsom maar linksom werkzaam is.

*Voorbeeld 3.*

Een spanningsdeler, zgn. potentiometerschakeling, die bestaat uit 3 weerstanden van 1 k.ohm, is aangesloten op een spanning van 28 volt.

Van het aftakpunt P wordt een stroom afgenomen van 10 mA.

Gevraagd wordt de spanning op dat aftakpunt t.o.v. de minpool te berekenen. *Opn.:* Een potentiometer dient om een *breekdeel* van de beschikbare spanning te benutten.

Neemt men hier een regelweerstand voor (fig. 11a) dan heeft men het in de hand een breekdeel van de spanning A—B tussen de klemmen C—B af te nemen.



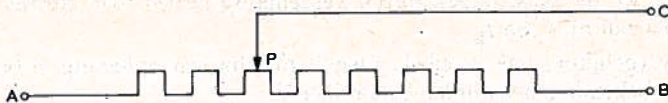


FIG. 11a

Men is nu in staat op C—B een gebruikstoestel aan te sluiten met een aansluitspanningswaarde gelijk aan de met de potentiometer ingestelde spanning. Verandert tijdens de procesvoering de inwendige weerstand van het verbruikstoestel en stelt men prijs op een zoveel mogelijk constante spanning tussen C—B, dan is een voorwaarde dat de weerstand tussen P—B relatief klein moet zijn t.o.v. de inwendige weerstand van het verbruikstoestel.

Dat dit weer andere consequenties geeft bijv. t.o.v. het stroomverbruik zal zonder meer duidelijk zijn.

*Antwoord 3.*

Met de 1e wet van Kirchhoff vinden we  $I_1 = I_2 + I_3$  (I). Immers in het punt P (fig. 10) wordt de stroom  $I_1$  gesplitst in twee takstromen  $I_2$  en  $I_3$ .

De vergelijking (I) kunnen we omwerken in:

$I_1 = I_2 + 0,01$  (II). Gaan we van de pluspool van de batterij rechtsonder door de drie in serie geschakelde weerstanden naar de minpool, dan mogen we voor dit gesloten circuit de 2e wet van Kirchhoff toepassen:

$$\Sigma U = \Sigma I \times R.$$

$$28 = I_1 \times R_1 + I_2 (R_2 + R_3) \text{ (III).}$$

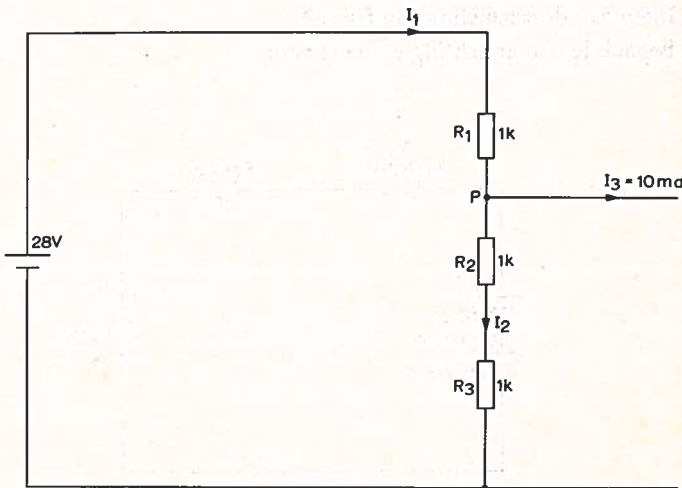


FIG. 10

Indien we de laatst opgeschreven vergelijking bezien, dan treffen we 2 onbekenden aan nl.  $I_1$  en  $I_2$ .

Eén vergelijking met 2 onbekenden is niet tot een oplossing te brengen zodat één onbekende moet worden geëlimineerd.

Met de vergelijking (II) is dit te verwezenlijken.

We kunnen dan deze vergelijking  $I_1 = I_2 + 0,01$  in plaats van de factor  $I_1$  invullen:

$$28 = (I_2 + 0,01) R_1 + I_2 (R_2 + R_3).$$

$$28 = 1000 I_2 + 10 + 2000 I_2.$$

Verdere uitwerking geeft:

$$18 = 3000 I_2$$

$$I_2 = \frac{18}{3000} = 6 \text{ mA.}$$

Nu we de stroom door de weerstanden  $R_2$  en  $R_3$  weten is met de wet van Ohm het potentiaalverschil van het aftakpunt P ten opzichte van de minusleiding te bepalen:

$$U_p = I_2 (R_2 + R_3) = 0,006 \times 2000 = 12 \text{ volt.}$$

Het ligt in de bedoeling in de volgende aflevering de condensator te behandelen.

### Vraagstukken.

1. Pas op de schakeling die in fig. 11 is getekend de 2e wet van Kirchhoff toe en bereken de stroom.
2. Idem van de schakeling van fig. 12.  
Bepaal de stroomrichting en de stroom.

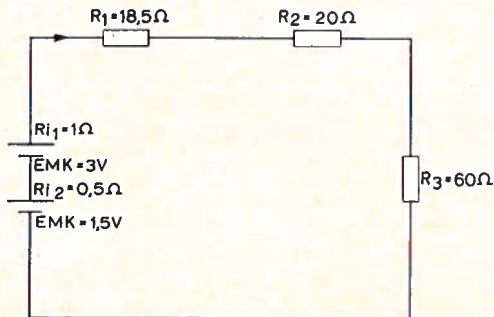


FIG. 11

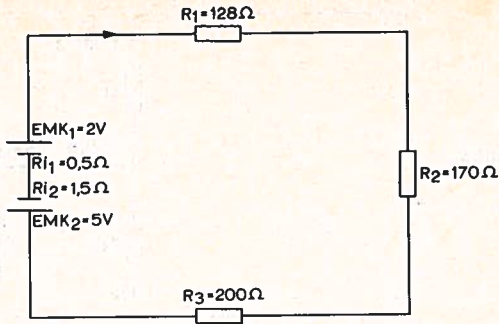


FIG. 12

3. Drie elementen met ieder een e.m.k. van 1,5 volt en 0,1 ohm inwendige weerstand voeden 4 parallel geschakelde weerstanden van ieder 2 k.ohm. Gevraagd: de klemspanning van deze batterij als we weten, dat de elementen in serieschakeling een batterij vormen.
4. Een viertal weerstanden is volgens de schakeling van fig. 13 aangesloten op een batterij met een e.m.k. van 4 volt. Bereken de spanning tussen A en B, als de inwendige weerstand van de batterij 2 ohm bedraagt.

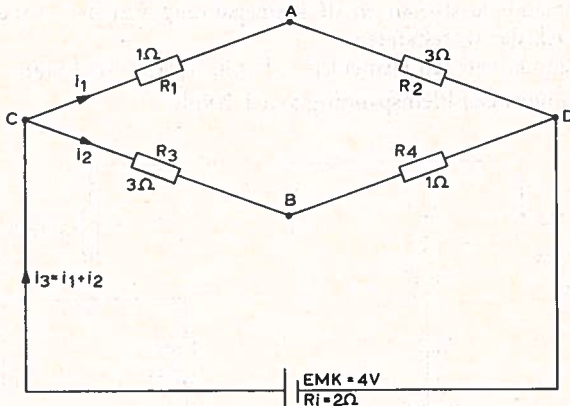


FIG. 13

5. Een ampèremeter, geeft bij 100 mA een volle uitslag en heeft een weerstand van 10 ohm. Hoe groot moet de weerstand zijn die men parallel aan deze meter moet schakelen om een stroom van 5 A te meten ?

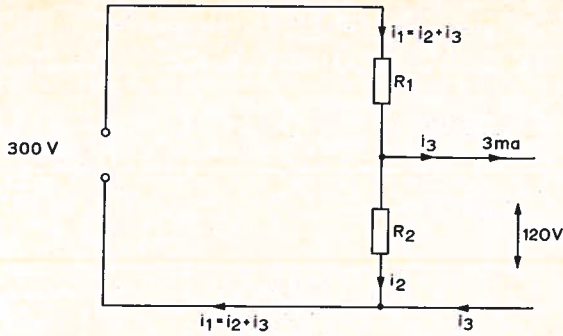


FIG. 14

6. Een spanningsdeler moet een elektronenbuis voeden die een stroom van 3 mA opneemt bij een spanning van 120 volt (fig. 14).

Hoe groot moeten de weerstanden  $R_1$  en  $R_2$  gekozen worden als de spanning van de voedingsbron 300 volt is en de totale stroom die deze moet leveren 6 mA bedraagt?

Hier volgen nog enige vraagstukken over de in vorige lessen behandelde stof.

7. Van een element is gegeven: e.m.k. = 1,5 volt en  $R_i = 0,5$  ohm.

Op de klemmen van dit element zijn aangesloten 11 in serie geschakelde weerstanden, elk van 0,5 ohm.

Gevraagd de stroom en de klemspanning van het element en de spanning van elk der weerstanden.

8. De e.m.k. van een element is 1,4 volt, de  $R_i = 0,2$  ohm.

Men meet een klemspanning van 1,2 volt.

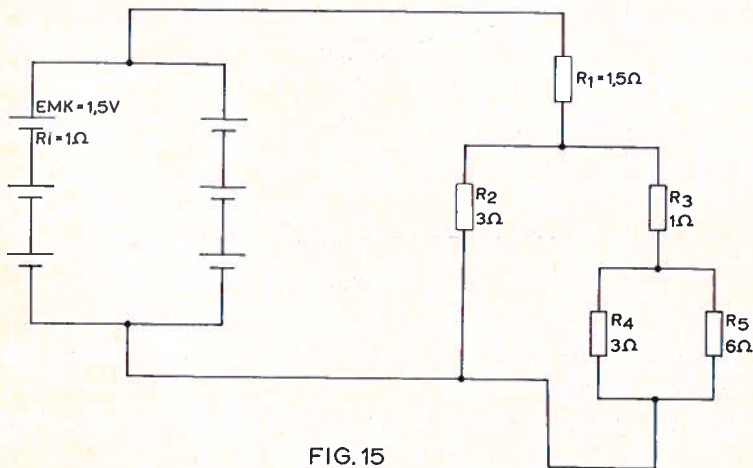


FIG. 15

Hoe groot is de waarde van de uitwendige weerstand en de stroom, die het element levert?

9. Reken van de schakeling van fig. 15 de stroom uit, die iedere batterij moet geven. Ieder element heeft een e.m.k. van 1,5 volt.  $R_i$  is per element 1 ohm.
10. Een element heeft een e.m.k. van 4,5 volt. Men meet een stroom van 1 A en een klemspanning van 3 volt.  
Gevraagd:  $R_i$ ,  $R_u$ .

*Antwoorden.*

1.  $\Sigma U = \Sigma I \times R$ .

$$3 + 1,5 = I (1 + 0,5 + 18,5 + 20 + 60)$$

$$4,5 = I \times 100$$

$$I = \frac{4,5}{100} = 0,045 \text{ A.}$$

2. Nemen we de stroom rechtsom dan kunnen we noteren:

$$2 - 5 = I (0,5 + 128 + 170 + 200 + 1,5)$$

$$-3 = I \times 500$$

$$I = -\frac{3}{500} = -6 \text{ mA.}$$

Aangezien de berekening een negatief teken geeft is de werkelijke stroomrichting tegengesteld aan de aangenomen, dus linksom.

3. Klemspanning van de batterij is:  
e.m.k.<sub>t</sub> =  $3 \times 1,5 = 4,5$  volt.

$$R_{v_u} = \frac{2000}{4} = 500 \text{ ohm}$$

(dit is de vervangingsweerstand van de parallel geschakelde uitwendige weerstanden).

$$I = \frac{4,5}{500,3} \text{ A.}$$

$$U_k = I \times R_{v_u} = \frac{4,5}{500,3} \times 500 = 4,497 \text{ volt.}$$

Ook kan men de klemspanning uitrekenen met de formule:

$$U_k = \text{e.m.k.}_t - I \times R_{i_t}$$

4. De tussen de punten C en D geschakelde weerstanden zijn te vervangen door een weerstand van:

$$R_v = \frac{3 + 1}{2} = 2 \text{ ohm}$$

$$I = \frac{\text{e.m.k.}}{R_v + R_i} = \frac{4}{2 + 2} = 1 \text{ A.}$$

Tussen de punten C—D heerst een potentiaalverschil gelijk aan de klemspanning van de batterij:

$$U_k = \text{e.m.k.} - I \times R_i = 4 - 1 \times 2 = 2 \text{ volt}$$

$$i_1 = i_2 = \frac{U}{R} = \frac{2}{4} = 0,5 \text{ A.}$$

In de tak C—A is een spanningsverlies van:  $I_1 \times R_1 = 0,5 \times 1 = 0,5 \text{ volt}$ .

In de tak C—B is een spanningsverlies van:  $I_2 \times R_3 = 0,5 \times 3 = 1,5 \text{ volt}$ .

Tussen de punten A—B is dus een potentiaal verschil van:

$1,5 - 0,5 = 1 \text{ volt}$ . Met dien verstande dat A één volt positiever is dan punt B.

5. Fig. 16 laat de schakeling zien zoals in vraag 5 gevraagd werd.

$$i_a + i_s = 5 \text{ A} = 5000 \text{ mA.}$$

De stroom door de meter mag niet meer dan 100 mA bedragen.

Daaruit volgt dat de stroom die de parallelweerstand op moet nemen een grootte heeft van:

$$I_s = I_t - I_a = 5000 - 100 = 4900 \text{ mA.}$$

Deze parallelweerstand wordt in de meettechniek kortweg shunt genoemd.

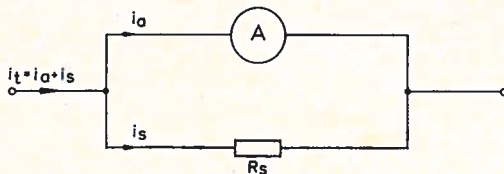


FIG. 16

Er zijn 2 methoden mogelijk om de berekening te voltooien.

- 1e. Met de verhouding van de stroom t.o.v. de weerstanden

$$i_a : i_s = U_s : U_a$$

- 2e. Met de wet van Ohm.

We zullen de 2e methode volgen:

De spanning op de klemmen van de meter is gelijk aan de spanning op de shunt:

$$U_a = i_a \times r_m = 0,1 \times 10 = 1 \text{ volt} = 1000 \text{ mV.}$$

$$R_s = \frac{U}{I_s} = \frac{1000}{4900} = 0,20408 \text{ ohm.}$$

*Opm.* In dit laatste quotiënt is de teller uitgedrukt in mV en de noemer in mA, dit is natuurlijk zonder meer geoorloofd.

6.  $i_1 = 6 \text{ mA}$ ;  $i_3 = 3 \text{ mA}$ , daaruit volgt:

$$i_2 = i_1 - i_3 = 6 - 3 = 3 \text{ mA.}$$

De spanning op de weerstand  $R_2$  is: 10 volt.

Dan is de spanning op de weerstand  $R_1 = 300 - 120 = 180 \text{ volt}$ .

Hieruit is te berekenen:

$$R_1 = \frac{180}{0,006} = 30 \text{ k.ohm}$$

$$R_2 = \frac{120}{0,003} = 40 \text{ k.ohm.}$$

$$7. I = \frac{\text{e.m.k.}}{R_1 + R_u} = \frac{1,5}{0,5 + 11 \times 0,5} = \frac{1,5}{6} = 0,25 \text{ A.}$$

$$U_k = \text{e.m.k.} - U_v = 1,5 - 0,25 \times 0,5 = 1,375 \text{ volt.}$$

Spanning op elk der weerstanden is:  $I \times R = 0,25 \times 0,5 = 0,125 \text{ volt}$ .

8.  $U_v = \text{e.m.k.} - U_k = 1,4 - 1,2 = 0,2 \text{ volt}$ .

$$I = \frac{U_v}{R_i} = \frac{0,2}{0,2} = 1 \text{ A.}$$

$$R_u = \frac{U_k}{I} = \frac{1,2}{1} = 1,2 \text{ ohm.}$$

9. De beide weerstanden  $R_4$  en  $R_5$  kunnen vervangen worden door een vervangingsweerstand van:

$$\frac{R_4 \times R_5}{R_4 + R_5} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2 \text{ ohm.}$$

Deze 2 ohm staat in serie met  $R_3$ , tesamen dus  $2 + 1 = 3 \text{ ohm}$ .

Deze 3 ohm staat parallel met  $R_2 = 3 \text{ ohm}$ . De vervangingsweerstand hiervoor is:

$$\frac{3}{2} = 1,5 \text{ ohm.}$$

In serie met  $R_1$  levert dit een totale vervangingsweerstand van:

$$R_v = R_1 + 1,5 = 1,5 + 1,5 = 3 \text{ ohm.}$$

Per batterijtak is er een spanning van:  $3 \times 1,5 = 4,5 \text{ volt}$ .

En de inwendige weerstand van de 2 parallel geschakelde batterijen is:

$\frac{3 \times 1}{2} = 1,5$  ohm. De stroom die de batterijen moeten leveren is:

$$I = \frac{\text{e.m.k.}}{1,5 + 3} = \frac{4,5}{4,5} = 1 \text{ A.}$$

Iedere tak van de batterij levert hiervan:

$$I_b = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ A.}$$

$$10. R_u = \frac{U_k}{I} = \frac{3}{1} = 3 \text{ ohm.}$$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\text{e.m.k.} - U_k}{I} = \frac{4,5 - 3}{1} = 1,5 \text{ ohm.}$$

Antwoorden van de vraagstukken op blz. 55 en 56.

$$1. S = \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \frac{1}{40.000} \text{ en } \frac{1}{5000} \text{ siemens}$$

of: 0,01, 0,001, 0,000025 en 0,0002 siemens.

$$2. R = 0,01695; 2,5; 20 \text{ en } 1000 \text{ ohm.}$$

3. Het totale geleidingsvermogen is:

$$S = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{1000} + \frac{1}{2500} + \frac{1}{4000} =$$

0,001 + 0,0004 + 0,00025 = 0,00165 siemens.

$R_v = 606,06$  (afgerond op 2 decimalen).

$$4. S = \frac{1}{R} = \frac{1}{500}; \frac{1}{8000}; \frac{1}{20.000} \text{ siemens}$$

Of in tiendelige breuken:

0,002; 0,000125 en 0,00005 siemens.

$$5. \frac{1}{R_v} = \frac{1}{6,25} + \frac{1}{5} + \frac{1}{25} = \frac{4 + 5 + 1}{25} = \frac{10}{25}$$

$$R_v = \frac{25}{10} = 2,5 \text{ ohm.}$$

$$I = \frac{U}{R_v} = \frac{24}{2,5} = 9,6 \text{ A.}$$



$$6. R_v = \frac{1000}{4} = 250 \text{ ohm. Opm. } R_v = \frac{R}{n}$$

$$U = I \times R_v = 0,01 \times 250 = 2,5 \text{ volt.}$$

$$7. R_v = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \frac{600 \times 300}{600 + 300} = \frac{180000}{900} = 200 \text{ ohm.}$$

$$U_k = I \times R_v = 0,48 \times 200 = 96 \text{ volt.}$$

$$U_v = U - U_k = 100 - 96 = 4 \text{ volt.}$$

$$8. S = \frac{1}{R_v} = \frac{1}{3000 + 3000} + \frac{1}{1000 + 2000} + \frac{1}{2000} =$$

$$\frac{1 + 2 + 3}{6000} = \frac{6}{6000} \text{ S.}$$

$$R_v = \frac{6000}{6} = 1000 \text{ ohm,}$$

$$I = \frac{U}{R_v} = \frac{60}{1000} = 0,06 \text{ A of } 60 \text{ mA.}$$

$$9. I_t = 10 \times i_1 = 10 \times 0,44 = 4,4 \text{ A.}$$

$$10. R = \frac{U}{I} = \frac{220}{4,4} = 50 \text{ ohm.}$$

$$S = \frac{1}{R} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ siemens.}$$



## Antwoorden vraagstukken IV (blz. 373, jrg. 1968)

$$1. I_1 = \frac{6}{6} = 1 \text{ A}; I_2 = \frac{6}{12} = 0,5 \text{ A.}$$

$$R_v = \frac{6}{1 + 0,5} = 4 \text{ ohm.}$$

$$2. I_1 = \frac{60}{1000} = 0,06 \text{ A} = 60 \text{ mA. } I_2 = \frac{60}{5000} = 0,012 \text{ A} = 12 \text{ mA.}$$

$$I_t = 60 + 12 = 72 \text{ mA.}$$

$$R_v = \frac{60}{0,072} = 833,33 \text{ ohm.}$$

$$3. I_1 = \frac{48}{480} = 0,1 \text{ A}; I_2 = \frac{48}{300} = 0,16 \text{ A}; I_3 = \frac{48}{150} = 0,32 \text{ A.}$$

$$I_t = 0,1 + 0,16 + 0,32 = 0,58 \text{ A.}$$

$$4. R_v = \frac{48}{0,58} = 82,41 \text{ ohm.}$$

$$5. I_2 = I_t - I_1 = 0,2 - 0,15 = 0,05 \text{ A.}$$

$$R_1 = \frac{4,5}{0,15} = 30 \text{ ohm}; R_2 = \frac{4,5}{0,05} = 90 \text{ ohm.}$$

$$6. R_t = \frac{6}{0,01} = 600 \text{ ohm}; R_1 = \frac{3}{3 + 2} \times 600 = 360 \text{ ohm.}$$

$$R_2 = \frac{2U}{3 + 2} \times 600 = 240 \text{ ohm.}$$

$$7. I_1 = \frac{220}{440} = \frac{1}{2} \text{ A}; I_2 = \frac{220}{660} = \frac{1}{3} \text{ A}; I_3 = \frac{220}{880} = \frac{1}{4} \text{ A.}$$

$$8. I_1 = \frac{60}{10} = 6 \text{ A}; I_2 = \frac{60}{15} = 4 \text{ A}; I_3 = \frac{60}{20} = 3 \text{ A}; I_4 = \frac{60}{30} = 2 \text{ A.}$$

$$I_t = 6 + 4 + 3 + 2 = 15 \text{ A.}$$

$$R_v = \frac{60}{15} = 4 \text{ ohm.}$$

$$9. \text{ De stroom door één weerstand is: } I_1 = \frac{66}{100} = 0,6 \text{ A.}$$

Door de andere vier weerstanden loopt dezelfde stroom. De totale stroom is dan  $5 \times 0,66 = 3,3 \text{ A}$ .



## Examenvragen

27-69

- Door een 400 m lange koperdraad gaat een stroom van 12 A. Tussen de einden van deze koperdraad is een spanningsverschil van 60 volt. Gevraagd de diameter van deze draad te berekenen, als  $\rho$  (rho) = 0,0175 is.
- Van een smoorspoel bedraagt het schijnbare vermogen 80 VA.

Bereken het werkelijke vermogen als de cosinus van de fazeverschuiving 0,4 is.

- Een rol draad heeft een weerstand van 50 ohm. De dikte van deze draad is 2,5 mm, terwijl de soortelijke weerstand  $\rho$  0,0175 is. Hoe lang is de draad die op deze rol zit?
- Het is gewenst een spanning van 220 volt te transformeren tot 22 volt. Het aantal primaire windingen van de te gebruiken transformator is 600. Hoeveel windingen zal de secundaire wikkeling moeten hebben?
- Een elektrisch theelichtje heeft een verwarmingselement van 80 W, terwijl de netspanning 220 volt is. Het verlichtings, tevens controlelampje is geschikt voor 6 volt - 0,1 A en is in serie geschakeld met het verwarmingselement. Parallel aan dit lampje wordt een weerstand (shunt) geschakeld. Gevraagd wordt:
  - Waartoe dient deze shunt.
  - Bereken de stroom door de shunt.
  - Bereken de weerstand van de shunt.

$$R_v = \frac{66}{3,3} = 20 \text{ ohm.}$$

Opm. Op een eenvoudiger manier om de vervangingsweerstand te berekenen zal nog worden teruggekomen.

$$10. R_1 + R_2 = 1000 + 2000 = 3000 \text{ ohm.}$$

$$I_1 = \frac{150}{3000} = 0,05 \text{ A}; I_2 = \frac{150}{3000} = 0,05 \text{ A}; I_3 = \frac{150}{1500} = 0,1 \text{ A.}$$

$$I_t = 0,05 + 0,05 + 0,1 = 0,2 \text{ A.}$$

$$R_v = \frac{150}{0,2} = 75 \text{ ohm.}$$

1. Iemand moet een getal met 9876 vermenigvuldigen, maar verwisselt de 8 met de 7, waardoor zijn uitkomst 611010 te klein wordt.

Bepaal het vermenigvuldigtal en de uitkomst.

$$\begin{array}{r}
 2. \quad \frac{6\frac{3}{4}}{\frac{15}{16}} \times \frac{3}{5} \quad \frac{6\frac{3}{8}}{4\frac{1}{4}} : 1\frac{2}{7} \quad \frac{1\frac{41}{64}}{1\frac{31}{32}} : 8\frac{1}{3} \\
 \hline
 \frac{10\frac{2}{9}}{7\frac{2}{3}} \times 1\frac{1}{8} \quad \frac{3\frac{9}{16}}{\frac{19}{32}} : 1\frac{1}{5} \quad \frac{\frac{45}{74}}{\frac{27}{148}} : 16\frac{2}{3} \\
 \hline
 \end{array}$$

3. Als men de teller van een breuk met 15 vermeerderd en de noemer met 9 vermindert, is de waarde van de breuk 1.

Bereken deze breuk, als de som van teller en noemer 50 is.

4. Het getal  $4a783b$  moet deelbaar zijn door 36.

Wat kunnen  $a$  en  $b$  voorstellen?

$$\begin{array}{r}
 5. \quad \frac{(2,0125 - 1\frac{1}{3}) \times 5\frac{1}{3} - 2\frac{1}{3}}{4,75 \times 2\frac{2}{3} - 3\frac{2}{3} : \frac{5}{12}} = \\
 \hline
 \end{array}$$

6. Van 2 getallen is de GGD  $2^2, 3^2, 5, 7$  en het KGV  $2^3, 3^4, 5^2, 7^2$ . Als één der getallen 2520 is, bereken dan het andere.

7. Een getal bestaat uit 7 zessen. Welke resten zullen we krijgen als we dit getal achtereenvolgens delen door 4, 5, 8, 9, 25 en 125?

8. Bepaal de GGD der volgende getallen door deling:

360 en 576; 7007 en 18590; 10000 en 7777.

9. Uit 64 kuben, die ieder een oppervlakte hebben van  $384 \text{ cm}^2$  vormt men een grote kubus.

# Hoe moet ik studeren?

29-69

Een van onze abonnees schrijft ons het volgende, dat wij gedeeltelijk zullen laten volgen:

Heel wat jaren lees ik reeds het Studieblad. Het is mij opgevallen dat er nooit aandacht is besteed aan vragen als: *Hoe moet ik studeren?*

Hoe moet ik mijn studie zó indelen, dat ik het meeste resultaat krijg? Hoe kan ik mijn enthousiasme voeden, zodat ik met mijn gaven tot het maximale resultaat kan komen?

Tot zover onze geachte brieveschrijver.

Deze vraag is voor ons aanleiding geweest een deskundige te zoeken, die bereid was dit in ons Studieblad te behandelen.

Resultaat was, dat ons werd medegedeeld, dat er over dit onderwerp nogal wat literatuur bestaat. Wij laten dan ook voor belanghebbenden een literatuurlijst volgen.

- |                                     |  |
|-------------------------------------|--|
| C. A. van Balen.<br>'s-Gravenhage   | Leren studeren. Chr. Peadag. Studie-centrum 1960, 34 blz.                          |
| F. L. van Berckel.<br>'s-Gravenhage | Studeren: methode en techniek. Staatsdrukkerij en uitgeverij-bedrijf 1966, 23 blz. |
| R. Bilsen.                          | Studietips voor tieners. Antwerpen Plantijn z.j., 96 blz.                          |
| Chr. Boormeester.                   | Leren lezen. Alphen a/d Rijn Samson 1966, 70 blz.                                  |
| W. de Heij.                         | Leren studeren. Tilburg. Zwijsen 1966, 149 blz.                                    |
| W. ter Horst.                       | Leren? Maar dan zo! Kampen Kok 1963.   |
| M. Knoop.                           | Leren studeren. Utrecht. Spectrum 1967, 160 blz.                                   |
| C. F. van Parreren,                 | Effectief studeren. Utrecht enz. Spectrum 1966, 157 blz.                           |
| J. Peeck en<br>E. Velema.           | Aula.  |
| C. van de Zwet.                     | Succes op school. Groningen Wolters 1965, 24 blz.                                  |
| T. Schreuder.                       | Tips voor Studerende jeugd.  |

De Redactie.

---

Bepaal van deze kubus:

- de lengte van de ribbe,
- het oppervlak,
- de inhoud.

Vul het ontbrekende getal in.

$$10. \frac{2}{3} \times \left( 4\frac{1}{3} + 3\frac{11}{24} - 6\frac{2}{3} \right) = \frac{1}{4}$$
$$\frac{5}{6} + 2\frac{7}{9} - \dots$$

## Antwoorden Oefenpagina XXIV (blz. 86)

Rec. In de opgave op blz. 86 is een fout geslopen. De tweede aftrekker is niet zoals vermeldt: 1217, maar 1215. Ons excuus.

1.  $\dots/\dots/\dots$

$$\begin{array}{r}
 729 \\
 \hline
 1215 \\
 \hline
 1701 \\
 \hline
 127
 \end{array}$$

Het laatste aftrektal =  $1701 + 127 = 1828$ .

Het laatste cijfer van het deeltal is dus 8.

Het voorlaatste aftrektal is dus  $1215 + 182 = 1397$ .

Het voorlaatste cijfer van het deeltal is dus 7.

Het volgende aftrektal is  $729 + 139 = 868$ .

Het deeltal is dus 86878.

Voor het bepalen van de deler zoeken we de GGD van de aftrekkers 729, 1215 en 1701. Deze is  $3^5$  of 243.

We vinden dan dat de deling is:  $86878 : 243 = 357$ .

2.  $\frac{4}{5}$

3.  $(\text{Getal} - 81) : (\text{Getal} - 99) = 9 : 7$ .

Hoofdeigenschap toepassen.

$$7(G - 81) = 9(G - 99).$$

We vinden dan:  $\text{Getal} = 162$ .

4.  $9,29 + 1,29 + 21,16 + 1,3225 = 33,0625 =$

$$33\frac{1}{16} = \frac{529}{16}; \quad \sqrt{\frac{529}{16}} = 5\frac{3}{4}$$

5. De inhoud is  $1953,125 \text{ cm}^3$ .

6. 1.

7.  $4\frac{5}{9} A = 5\frac{1}{8} a$

$$a = \frac{4\frac{5}{9} A}{5\frac{1}{8}} = \frac{8}{9} A.$$

Nu is  $A - a = V$  of  $A - \frac{8}{9} A = V$

Dit houdt in, dat  $V = \frac{1}{9} A$ .

Allen zijn nu uitgedrukt in A.

$$\text{Nu is } A + \frac{8}{9} A + \frac{1}{9} A = 666.$$

$$2 A = 666, A = 333.$$

$$\text{De aftrekking is dus } 333 - 296 = 37.$$

8. Deeltal : 105 = quotiënt;  $(D : 105) = q$ ;  $D = 105 q$ .

$$\text{Deeltal : 15 = quotiënt + 48; } (D : 15) = q + 48.$$

$$D = 15 (q + 48).$$

$$D \text{ is dus, } 105 q = 15 q + 720$$

$$90 q = 720$$

$$q = 8.$$

$$\text{Deeltal} = 105 q = 105 \times 8 = 840.$$

$$\text{De deling is: } 840 : 105 = 8.$$

9.  $4\frac{1}{5}$

10. Breuk =  $\frac{\text{teller}}{\text{noemer}} = \frac{\text{teller}}{\text{teller} + 8}$

$$\text{Nu is: } \frac{\text{teller} - 7}{\text{teller} + 8 + 9} = \frac{2}{5}; 5 \cdot \text{teller} - 35 = 2 \cdot \text{teller} + 34;$$

$$3 \cdot \text{teller} = 69; \text{teller} = 69 : 3 = 23.$$

$$\text{De noemer is } 23 + 8 = 31.$$

$$\text{De breuk is dus } \frac{23}{31}$$



W. F. H. van Damme.

Op een gestelde vraag betreffende het aansluiten van kostentellers kan het volgende worden geantwoord.

„Het voorschrift, gegeven in de „Montagevoorschriften voor telefoonapparatuur bij abonnees Htf 1418 n/1-III pt 614“, dat kostentellers rechtstreeks op de a/b-klemmen van de netlijn dienen te worden aangesloten, is *niet* (zoals de vraagsteller veronderstelt) gegeven omdat een andere wijze van aansluiten een grotere kans op storingen zou geven.

Een andere wijze van aansluiten heeft praktische bezwaren.

Als een kostenteller niet rechtstreeks op de a/b-klemmen van de netlijn wordt aangesloten, doch bijv. op één der toestellen van een drieling-serie of lijnkierinstallatie, achter een schakelaar voor 2 of 3 standen of achter een relaischakelaar, dan kunnen zich de volgende situaties voordoen:

- 1e De kostentellerimpulsen worden alleen maar op de kostenteller geregistreerd zolang het betreffende toestel, waarop de kostenteller is aangesloten, met de netlijn verbonden is.

Wordt tijdens de verbinding het gesprek voortgezet op een ander toestel van de installatie, dan worden daarna de kostentellerimpulsen niet meer geregistreerd op de kostenteller zodat door PTT *niet* gegarandeerd kan worden dat de kostentel-

ler de totale kosten van een gesprek registreert.

- 2e Zelfs bij het in Nederland algemeen toegepaste principe „telling tijdens het gesprek“ kan het voorkomen dat nog een kostentellerimpuls wordt gegeven na het verbreken van de verbinding.

In zo'n geval wordt deze kostentellerimpuls niet geregistreerd op de betreffende kostenteller, omdat door het verbreken van de verbinding door het toestel tevens de daarop aangesloten kostenteller van de lijn is afgeschakeld.

Gezien het bovenstaande lijkt het zelfs niet ondenkbaar dat het d.m.v. „trucjes“ mogelijk is, om op het betreffende toestel te verhinderen dat alle kostentellerimpulsen op de kostenteller worden geregistreerd.

Vanuit de praktijk komen echter herhaaldelijk verzoeken om de bestaande voorschriften voor het aansluiten van kostentellers te verruimen.

Om deze reden is dit onderwerp momenteel opnieuw in studie genomen door de afdeling TFC (Huistelefonie).

Mocht deze studie inderdaad leiden tot wijziging van de bestaande voorschriften dan zullen de nieuwe richtlijnen officieel bekend gemaakt worden.

Tot die tijd dient men volgens de bestaande voorschriften te handelen”.